

## **Предисловие**

### **I. ВВЕДЕНИЕ**

#### **Лекция 1. Основные уравнения математической физики**

- §1. Уравнение колебаний
- §2. Уравнение диффузии
- §3. Стационарное уравнение

*Задачи*

#### **Лекция 2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными**

- §1. Замена независимых переменных
- §2. Уравнения характеристик
- §3. Канонические формы уравнения

*Задачи*

#### **Лекция 3. Классификация уравнений второго порядка со многими независимыми переменными в точке. Характеристические поверхности**

- §1. Классификация уравнений в точке
- §2. Характеристики

*Задачи*

#### **Лекция 4. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения второго порядка**

- §1. Классификация краевых задач
- §2. Задача Коши
- §3. Краевая задача для уравнений эллиптического типа. Смешанная задача
- §4. Корректность постановки задач математической физики. Теорема Ковалевской. Пример Адамара

*Задачи*

### **II. ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ Лекция 5. Уравнение колебаний струны и его решение методом Даламбера**

- §1. Формула Даламбера
- §2. Неоднородное уравнение. Устойчивость решений
- §3. Метод продолжений

*Задачи*

#### **Лекция 6. Метод разделения переменных на примере уравнения колебаний струны**

- §1. Уравнение свободных колебаний струны
- §2. Неоднородное уравнение. Общая первая краевая задача

*Задачи*

#### **Лекция 7. Метод Римана**

- § 1. Задача Коши и ее решение по методу Римана
- §2. Пример

*Задачи*

#### **Лекция 8. Метод каскадного интегрирования Лапласа**

- §1. Преобразования неизвестной функции
- §2. Преобразование Лапласа

*Задачи*

#### **Лекция 9. Уравнения, интегрируемые каскадным методом Лапласа**

- §1. Каскад Лапласа
- §2. Явные формулы для решений
- §3. Уравнение Эйлера — Пуассона

*Задачи*

#### **Лекция 10. Волновое уравнение. Формула Пуассона**

- §1. Частные решения

§2. Метод усреднения

*Задачи*

**Лекция 11. Волновое уравнение (Метод спуска, метод отражения, формула Кирхгофа)**

§1. Метод спуска

§2. Метод отражения

§3. Формула Кирхгофа

*Задачи*

**Лекция 12. Колебания ограниченных объемов**

§1. Схема метода разделения переменных

§2. Колебания прямоугольной мембраны

*Задачи*

**III. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ Лекция 13. Одномерное уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач. Принцип максимума. Теоремы единственности**

§1. Постановка краевых задач

§2. Принцип максимума

§3. Теоремы единственности

**Лекция 14. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Однородная краевая задача. Функция мгновенного источника. Неоднородное уравнение теплопроводности. Общая первая краевая задача**

§ 1. Однородная краевая задача

§2. Функция мгновенного источника

§3. Неоднородное уравнение теплопроводности

§4. Общая первая краевая задача

*Задачи*

**Лекция 15. Задачи на бесконечной прямой (Задача Коши. Краевые задачи для полуограниченной прямой)**

§1. Задача Коши

§2. Краевые задачи для полуограниченной прямой

*Задачи*

**Лекция 16. Уравнение распространения тепла в пространстве. Фундаментальное решение. Решение задачи Коши**

§1. Фундаментальное решение

§2. Задачи Коши

*Задачи*

**Лекция 17. Распространение тепла в ограниченных телах. Схема метода разделения переменных.**

**Остывание однородного шара. Распространение тепла в прямоугольной пластинке**

§1. Схема метода разделения переменных

§2. Остывание однородного шара

§3. Распространение тепла в прямоугольной пластинке

*Задачи*

**IV. ТЕОРИЯ ПОТЕНЦИАЛА Лекция 18. Уравнения Лапласа и Пуассона в пространстве. Теорема максимума. Фундаментальное решение. Формула Грина. Потенциалы объема, простого слоя и двойного слоя**

§1. Теорема максимума

§2. Фундаментальное решение. Формула Грина

§3. Потенциалы объема, простого слоя и двойного слоя

*Задачи 1*

**Лекция 19. Основные свойства гармонических функций. Теорема о среднем арифметическом. Поведение гармонической функции вблизи особой точки. Поведение гармонических функций на бесконечности**

§1. Теорема о среднем арифметическом

§2. Изолированные особые точки

§3. Поведение гармонической функции на бесконечности

### **Лекция 20. Уравнение Пуассона в пространстве. Ньютонов потенциал**

§1. Теорема единственности

§2. Построение решения уравнения Пуассона

### **Лекция 21. Решение задачи Дирихле для шара**

§1. Функция Грина задачи Дирихле

§2. Решение внутренней задачи Дирихле для шара

*Задачи*

### **Лекция 22. Задачи Дирихле и Неймана для полупространства**

§1. Теорема единственности решений задач Дирихле и Неймана

§2. Построение решений задач Дирихле и Неймана

### **Лекция 23. Свойства потенциалов объема, простого и двойного слоя**

§1. Потенциал объема

§2. Поверхности Ляпунова

§3. Потенциал двойного слоя

§4. Потенциал простого слоя

### **Лекция 24. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям**

§1. Постановка задач и единственность их решений

§2. Интегральные уравнения для краевых задач

### **Лекция 25. Уравнения Лапласа и Пуассона на плоскости**

§1. Основные задачи

§2. Логарифмический потенциал

*Задачи*

## **V. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

### **Лекция 26. Уравнения Фредгольма второго рода и Вольтерра**

§1. Классификация интегральных уравнений

§2. Метод последовательных приближений. Понятие о резольvente

§3. Уравнения Вольтерра

*Задачи*

### **Лекция 27. Интегральные уравнения с выраженным ядром. Теоремы Фредгольма**

§1. Уравнения с вырожденным ядром

§2. Теоремы Фредгольма

*Задачи*

### **Лекция 28. Интегральные уравнения с симметричными ядрами**

§1. Свойства собственных функций и собственных значений

§2. Теорема о конечном спектре

§3. Спектр итерированных (повторных) ядер

### **Лекция 29. Теорема Гильберта — Шмидта**

§1. Разложение интегрированных ядер

§2. Теорема Гильберта — Шмидта

§3. Решение неоднородного уравнения

*Задачи*

## **VI. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ** Лекция 30. **Функции Бесселя. Полное разделение переменных в уравнении колебаний круглой мембраны**

§1. Функции Бесселя

§2. Полное разделение переменных в уравнении колебаний круглой мембраны

*Задачи*

### **Лекция 31. Многочлены Лежандра. Определение потенциала внутри сферы**

§1. Многочлены Лежандра

§2. Потенциал поллой сферы

*Задачи*

### **Лекция 32. Сферические функции. Задача Дирихле для шара**

§1. Определение сферических функций

§2. Свойство ортогональности

§3. Гармонические многочлены

§4. Задача Дирихле для шара

*Задачи*

**Рекомендуемая литература**

**Новые издания по дисциплине «Уравнения математической физики» и смежным дисциплинам**