

Предисловие к шестому изданию

Предисловие к пятому изданию

Введение

Глава I

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

§ 1. Комплексные числа и действия над ними

Понятие комплексного числа

Сложение и умножение комплексных чисел

Вычитание и деление комплексных чисел

§ 2. Геометрическое изображение комплексных чисел. Теоремы о модуле и аргументе

Геометрическое изображение комплексных чисел

Геометрическое истолкование сложения и вычитания комплексных чисел

Понятие о модуле и аргументе

Теоремы о модуле и аргументе

Геометрическое изображение числа

Геометрическое построение произведения и частного комплексных чисел

§ 3. Пределы

Основной принцип теории пределов

Понятие предельной точки

Ограниченные и неограниченные последовательности комплексных чисел

Теорема Больцано-Вейерштрасса

Понятие сходящейся последовательности комплексных чисел

Основные теоремы теории пределов

Критерий Коши

§ 4. Числовая сфера. Бесконечно удалённая точка

Изображение комплексных чисел на сфере. Бесконечно удалённая точка

Формулы стереографической проекции

Основное свойство стереографической проекции

Сохранение углов

§ 5. Ряды

Понятие сходящегося и расходящегося ряда

Необходимый признак сходящегося ряда

Понятие абсолютно сходящегося ряда

Сложение и вычитание рядов

Теорема о двойных рядах

Перестановка членов ряда

Умножение рядов

Упражнения к гл. I

Глава II

КОМПЛЕКСНОЕ ПЕРЕМЕННОЕ И ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

§ 1. Функции комплексного переменного

Понятие функции комплексного переменного

Понятие области. Линия Жордана

Непрерывность функции комплексного переменного

Теорема о равномерной непрерывности. Лемма Гейне-Бореля

§ 2. Ряды функций

Понятие равномерно сходящегося ряда

Теорема о непрерывности суммы ряда

Признак равномерно сходящегося ряда

§ 3. Степенные ряды

Понятие области сходимости степенного ряда

Первая теорема Абеля

Круг сходимости

Понятие наибольшего предела
Определение радиуса сходимости
Равномерная сходимость степенного ряда
Вторая теорема Абеля

§ 4. Дифференцирование функций комплексного переменного. Элементарные функции

Понятие производной
Понятие функции, аналитической в области
Понятие дифференциала
Условия Коши-Римана
Сопряжённые гармонические функции
Дифференцирование степенных рядов
Показательная функция. Функции тригонометрические и гиперболические
Однолистные функции. Обратные функции
Радикал, логарифм и арксинус
Ветви многозначных функций. Понятие о точках разветвления.
Понятие о римановой поверхности

§ 5. Конформное отображение

Геометрический смысл аргумента производной
Геометрический смысл модуля производной
Конформное отображение
Конформное отображение II рода
Геометрический смысл дифференциала
Главная часть отображения $z \mapsto z^{\alpha}$
Упражнения к гл. II

Глава III

ЛИНЕЙНЫЕ И ДРУГИЕ ПРОСТЕЙШИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

§1. Линейная функция

Целая линейная функция
Общая линейная функция
Круговое свойство линейной функции
Параметры и инвариант линейного преобразования
Отображение верхней полуплоскости в самоё себя
Инвариантность пары взаимно симметричных точек при линейном преобразовании
Отображение круга на верхнюю полуплоскость
Отображение круга самого в себя
Представление линейного преобразования посредством симметричных отображений
Различные типы линейных преобразований (ПО)
Природа двойных точек
Геометрическая интерпретация эллиптического преобразования
Характер преобразования круга самого в себя

§ 2. Линейные преобразования и геометрия Лобачевского

Евклидово изображение на круге геометрии Лобачевского
Вычисление неевклидова расстояния двух точек с данными аффиксами
Неевклидова окружность
Неевклидова длина кривой
Неевклидова площадь
Горициклы
Гиперциклы
Евклидово изображение геометрии Лобачевского на полуплоскости
Неевклидова длина окружности
Угол параллелизма в геометрии Лобачевского
Неевклидовы площади круга и треугольника

§ 3. Некоторые элементарные функции и отображения, даваемые ими

Степенная функция и радикал

Показательная и логарифмическая функции

Упражнения к гл. III

Глава IV

ТЕОРЕМА КОШИ. ИНТЕГРАЛ КОШИ

§ 1. Интегралы по комплексному переменному

Понятие интеграла по комплексному переменному

Основные свойства интеграла по комплексному переменному

Интегрирование равномерно сходящегося ряда $1с$

Теорема Коши

§ 2. Теорема Коши

Основная лемма

Приведение доказательства теоремы Коши к простейшему случаю

Доказательство теоремы Коши

Понятие неопределённого интеграла в комплексной области

Распространение теоремы Коши на случай сложных контуров

Логарифмическая функция

Лемма I

Обобщение теоремы Коши

Интеграл Коши

Формула Коши

Распространение формулы Коши на случай сложных контуров

Интеграл типа Коши

Существование производных всех порядков для функции,

аналитической в области

Теорема Морера

Различные точки зрения в построении теории аналитических функций

О предельных значениях интеграла типа Коши

О предельных значениях интеграла типа Коши в случае, когда
границная функция удовлетворяет условию Гельдера-Липшица

Интеграл Пуассона

Упражнения к гл. IV

Глава V

**РЯДЫ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ, РАЗЛОЖЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ
В СТЕПЕННОЙ РЯД**

§ 1. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций

Первая теорема Вейерштрасса

§ 2. Ряд Тейлора

Приложение теоремы Вейерштрасса к степенным рядам

Разложение аналитической функции в степенной ряд

Понятие голоморфной функции и его эквивалентность с понятием аналитической функции

Свойство единственности аналитических функций

Принцип максимального модуля

Нули аналитической функции

Порядок нуля

Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда

Теорема Лиувилля

Вторая теорема Вейерштрасса

Упражнения к гл. V

Глава VI

ИЗОЛИРОВАННЫЕ ОСОБЫЕ ТОЧКИ ОДНОЗНАЧНОЙ ФУНКЦИИ

§ 1. Ряд Лорана

Разложение аналитической функции в ряд Лорана

Правильная и главная части ряда Лорана .

Единственность разложения Лорана

§ 2. Классификация особых точек однозначной функции

Три типа изолированных особых точек

Устранимая особая точка

Полюс

Связь между нулём и полюсом

Существенно особая точка

Поведение функции в окрестности изолированной особой точки

§ 3. Поведение аналитической функции в бесконечности

Окрестность бесконечно удалённой точки

Разложение Лорана в окрестности бесконечно удалённой точки

Поведение функции в окрестности бесконечно удалённой точки

Условия обращения интеграла типа Коши в интеграл Коши

§ 4. Простейшие классы аналитических функций

Целые функции

Мероморфные функции

Разложение рациональной функции на простейшие дроби

Основная теорема алгебры

§ 5. Приложения к гидродинамике

Невихревой и свободный от источников поток жидкости

Характеристическая функция потока

Обтекание круглого цилиндра потоком без циркуляции

Чисто циркулярный поток

Общий случай

Упражнения к гл. VI

Глава VII ТЕОРИЯ ВЫЧЕТОВ

§ 1. Общая теория вычетов

Вычет функции относительно изолированной особой точки

Свойство единственности аналитических функций

Принцип максимального модуля

Нули аналитической функции

Порядок нуля

Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда

Теорема Лиувилля

Вторая теорема Вейерштрасса

....

Упражнения к гл. V

Глава VI

ИЗОЛИРОВАННЫЕ ОСОБЫЕ ТОЧКИ ОДНОЗНАЧНОЙ ФУНКЦИИ

§ 1. Ряд Лорана

Разложение аналитической функции в ряд Лорана

Правильная и главная части ряда Лорана .

Единственность разложения Лорана

§ 2. Классификация особых точек однозначной функции

Три типа изолированных особых точек

Устранимая особая точка

Полюс

Связь между нулём и полюсом

Существенно особая точка

Поведение функции в окрестности изолированной особой точки

§ 3. Поведение аналитической функции в бесконечности

Окрестность бесконечно удалённой точки

Разложение Лорана в окрестности бесконечно удалённой точки

Поведение функции в окрестности бесконечно удалённой точки

Условия обращения интеграла типа Коши в интеграл Коши

§ 4. Простейшие классы аналитических функций

Целые функции

Мероморфные функции

Разложение рациональной функции на простейшие дроби

Основная теорема алгебры

§ 5. Приложения к гидродинамике

Невихревой и свободный от источников поток жидкости

Характеристическая функция потока

Обтекание круглого цилиндра потоком без циркуляции

Чисто циркулярный поток

Общий случай

Упражнения к гл. VI

Глава VII

ТЕОРИЯ ВЫЧЕТОВ

§ 1. Общая теория вычетов

Вычет функции относительно изолированной особой точки

§ 3. Обобщение теоремы единственности аналитических функций

Возможные обобщения теоремы единственности аналитических функций

Формула Якоби и Йенсена

Доказательство теоремы единственности

Невозможность дальнейшего обобщения теоремы единственности для ограниченных функций

Упражнения к гл. IX

Глава X

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРОДОЛЖЕНИЕ

§ 1. Принцип аналитического продолжения

Понятие аналитического продолжения

Понятие полной аналитической функции в смысле

Вейерштрасса

Распространение функции действительного переменного на комплексную область по принципу аналитического продолжения

§ 2. Примеры

Примеры однозначных функций

Примеры многозначных функций

Упражнения к гл. X

Глава XI ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ФУНКЦИ

§ 1. Общие свойства эллиптических функций

Определение эллиптической функции

Параллелограмм периодов

Основные теоремы

Эллиптические функции второго порядка

§ 2. Функции Вейерштрасса Лемма

§ 3. Простейшие аналитические представления произвольной эллиптической функции

Представление эллиптической функции в виде суммы простейших элементов

Представление эллиптической функции в виде отношения, произведений элементарных множителей

§ 4. Функции a_2

§ 5. Эллиптические функции Якоби

§ 6. Функции t_2

Разложение целой периодической функции

Функция θ

Функции θ_k

Свойства функций t_2

§ 7. Представление эллиптических функций Якоби посредством функций тэта

§ 8. Формулы сложения для эллиптических функций Якоби

Упражнения к гл. XI.

Глава XII

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ТЕОРИИ КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

§ 1. Условия, определяющие конформное отображение

Отображение единичного круга самого на себя

Условия, определяющие единственность конформного отображения

§ 2. Основные принципы теории конформного отображения

Принцип сохранения области

Принцип взаимно однозначного соответствия

Принцип симметрии Римана-Шварца

Обобщение принципа симметрии

Принцип Шварца аналитического продолжения

Принцип симметрии для гармонической функции

Приложение принципа симметрии

§ 3. Общие преобразования единичного круга во внутреннюю область

Аналитическое выражение голоморфной функции, преобразующей круг во внутреннюю область

Лемма Шварца

Приложение леммы Шварца к оценке производной функции, удовлетворяющей условиям леммы

Общая форма леммы Шварца

Существование двойной точки преобразования

§ 4. Единственность аналитических функций

Однозначное определение аналитической функции по её граничным значениям

Обобщение теоремы единственности

§ 5. Конформные отображения на верхнюю полуплоскость областей, ограниченных линиями второго порядка

Равносторонняя гипербола

Парабола

Гипербола и эллипс

Отображение внутренности эллипса на полуплоскость

§ 6. Конформное отображение односвязных областей

Упрощение постановки теоремы Римана

Вспомогательная функция и её основные свойства

Основная лемма

Доказательство предложения Римана

§ 7. Соответствие границ при конформном отображении

Постановка задачи

Доказательство предложения о соответствии границ

§ 8. Отображение на верхнюю полуплоскость прямоугольника и произвольного многоугольника

Прямоугольник

Эллиптическая функция Якоби

Многоугольник

Треугольник

Отображение внешней области многоугольника на верхнюю полуплоскость

Упражнения к гл. XII

Глава XIII

ОБЩИЕ СВОЙСТВА ОДНОЛИСТНЫХ ФУНКЦИЙ

§ 1. Проблема коэффициентов

Внутренняя теорема площадей

Внешняя теорема площадей

Константа Кёбе

Теорема искажения

Границы для модуля однолистной функции

Теорема вращения

Общая граница для модулей коэффициентов в разложении однолистной функции

Общая граница для модулей действительных коэффициентов в разложении однолистной функции

§ 2. Границы выпуклости и звездообразности

Граница выпуклости

Граница звездообразности

§ 3. Свойства функций, дающих однолистные конформные отображения единичного круга на области специального вида

Звездообразные и выпуклые функции

Верхние границы модулей коэффициентов в разложениях выпуклой и звездообразной функций

§ 4. Экстремальные свойства функции, отображающей область на круг

Лемма

Первая экстремальная проблема

Вторая экстремальная проблема

Алфавитный указатель