

Предисловие

Дифференциальные уравнения первого порядка

Уравнения первого порядка

Введение

Основные понятия и определения

Определения

Кинематическая интерпретация

Геометрическая интерпретация

Метод изоклин

Простейшие уравнения первого порядка

Уравнения с разделяющимися переменными

Общее решение

Линейные уравнения первого порядка

Линейное однородное уравнение

Линейное неоднородное уравнение

Замены переменных

Что такое замена переменных?

Уравнения с разделяющимися переменными

Однородные уравнения

Уравнения, сводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными

Уравнения с несбалансированными степенями

Линейные уравнения и метод вариации

Уравнения, приводящиеся к линейным

Уравнение Бернулли

Уравнение Риккати

Уравнения в полных дифференциалах

Понятие полного дифференциала

Уравнения в полных дифференциалах

Интегрирующий множитель

Теорема существования и единственности

Постановка вопроса

Формализация проблемы

Область определения

Непрерывность правой части

Условие Липшица

Формулировка теоремы

Доказательство теоремы 5.2

Этап 1. Переход к интегральному уравнению

Этап 2. Метод последовательных приближений Пикара:

построение последовательных приближений

Этап 3. Доказательство сходимости метода последовательных приближений

Построим мажорирующий ряд и докажем сходимость

Оценим скорость сходимости

Этап 4. Предел последовательных приближений - действительно решение

Этап 5. Доказательство единственности решения

Дифференциальные и интегральные неравенства

Линейные дифференциальные неравенства

Линейные интегральные неравенства

Непрерывная зависимость решений от параметра

Теоремы Чаплыгина и Рейда

Зависимость решений от параметров и начальных данных

Зависимость решений от начальных данных

Линейное уравнение

Постановка проблемы

Теоремы и доказательства

Зависимость решения от начального момента

Зависимость решений от параметров в уравнении

Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые решения.

Уравнения более высокого порядка

Уравнения, не разрешенные относительно производной

Особые решения

Решение уравнений, не разрешенных относительно производной

Уравнения более высокого порядка. Понижение порядка

II. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка

Общая теория

Основные понятия

Линейные неоднородные уравнения

Линейные однородные уравнения

Определитель Вронского как инструмент решения раз личных задач

Формула Лиувилля - Остроградского

Восстановление уравнения по фундаментальной системе решений

Метод вариации произвольных постоянных

Функция Коши

Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами

Характеристическое уравнение

Случай простых вещественных корней

Случай комплексных корней. Комплексификация

Мнимая экспонента

Комплексификация

Теорема об общем комплексном решении

Теорема об общем вещественном решении

Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (продолжение)

Случай кратных корней. Новый тип решения

Дифференциальный оператор

Формула сдвига

Теоремы о фундаментальной системе решений

Метод неопределенных коэффициентов

Основные идеи и формулировка теоремы

Доказательство

Этап 1. Редукция задачи с функцией вида (14.3) к задаче с комплексной экспонентой

Этап 2. Редукция задачи к случаю многочлена в правой части

Этап 3. Нерезонансный случай

Этап 4. Резонансный случай

Краевые задачи

Понятие краевой задачи

Некоторые примеры

Разрешимость краевой задачи

Теорема о представлении решения краевой задачи

Функция Грина

Представление решения краевой задачи через функцию

Грина

Свойства функции Грина

Единственность функции Грина

Приложения

Греческий алфавит

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям

К вопросу о бактериях

Электрические цепи
Распространение тепла
Построение ортогонального семейства кривых
Уравнения химической кинетики
Реактивное движение
Из пушки на Луну
Форма равновесия жидкости во вращающемся сосуде
Фокусирующее зеркало
Висящая цепь
Уравнение струны
Теорема об общем решении уравнения с разделяющимися переменными
Теорема о продолжении решения
Уравнения с разрывной правой частью
Теоремы Пеано и Арцела — Асколи
Теорема Пеано
Теорема Арцела - Асколи
Теоремы Штурма и смежные вопросы
Простейшая ситуация
Похожи ли функции?
Нули и экстремумы
Теоремы Штурма
Синусы и косинусы
Геометрическая интерпретация
Неосцилляция дифференциального уравнения
Правило дифференцирования определителя
Определитель Вандермонда
Формула для классического определителя Вандермонда
Формула для обобщенного определителя Вандермонда
Обоснования формулы Эйлера
Разложение в ряд
Второй замечательный предел
Мультипликативное свойство
Дифференцирование
Заключительные замечания
Уравнение стержня
Уравнение Эйлера - Бернулли для изгибающего момента
Выделение бесконечно малых элементов
Вращающий момент
Законы упругости
Кривизна кривой
Кривые и параметризация. Натуральный параметр
Скорость, ускорение, касательный вектор и вектор нормали. Формулы Френе
Кинематическая и геометрическая интерпретация формул Френе. Кривизна кривой.
Формула кривизны
Уравнение равновесия и колебаний
Спектральные задачи Литература Предметный указатель