

Предисловие

I. ВВЕДЕНИЕ

Лекция 1. Основные уравнения математической физики

- §1. Уравнение колебаний
- §2. Уравнение диффузии
- §3. Стационарное уравнение

Задачи

Лекция 2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными

- §1. Замена независимых переменных
- §2. Уравнения характеристик
- §3. Канонические формы уравнения

Задачи

Лекция 3. Классификация уравнений второго порядка со многими независимыми переменными в точке. Характеристические поверхности

- §1. Классификация уравнений в точке
- §2. Характеристики

Задачи

Лекция 4. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения второго порядка

- §1. Классификация краевых задач
- §2. Задача Коши
- §3. Краевая задача для уравнений эллиптического типа. Смешанная задача
- §4. Корректность постановки задач математической физики.

Теорема Ковалевской. Пример Адамара

Задачи

II. ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Лекция 5. Уравнение колебаний струны и его решение методом Даламбера

- §1. Формула Даламбера
- §2. Неоднородное уравнение. Устойчивость решений
- §3. Метод продолжений

Задачи

Лекция 6. Метод разделения переменных на примере уравнения колебаний струны

- §1. Уравнение свободных колебаний струны
- §2. Неоднородное уравнение. Общая первая краевая задача

Задачи

Лекция 7. Метод Римана

- §1. Задача Коши и ее решение по методу Римана
- §2. Пример

Задачи

Лекция 8. Метод каскадного интегрирования Лапласа

- §1. Преобразования неизвестной функции
- §2. Преобразование Лапласа

Задачи

Лекция 9. Уравнения, интегрируемые каскадным методом Лапласа

- §1. Каскад Лапласа
- §2. Явные формулы для решений
- §3. Уравнение Эйлера — Пуассона

Задачи

Лекция 10. Волновое уравнение. Формула Пуассона

- §1. Частные решения
- §2. Метод усреднения

Задачи

Лекция 11. Волновое уравнение (Метод спуска, метод отражения, формула Кирхгофа)

§1. Метод спуска

§2. Метод отражения

§3. Формула Кирхгофа

Задачи

Лекция 12. Колебания ограниченных объемов

§1. Схема метода разделения переменных

§2. Колебания прямоугольной мембраны

Задачи

III. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Лекция 13. Одномерное уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач.

Принцип максимума. Теоремы единственности

§1. Постановка краевых задач

§2. Принцип максимума

§3. Теоремы единственности

Лекция 14. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Однородная краевая задача. Функция мгновенного источника. Неоднородное уравнение теплопроводности. Общая первая краевая задача

§1. Однородная краевая задача

§2. Функция мгновенного источника

§3. Неоднородное уравнение теплопроводности

§4. Общая первая краевая задача

Задачи

Лекция 15. Задачи на бесконечной прямой (Задача Коши. Краевые задачи для полуограниченной прямой)

§1. Задача Коши

§2. Краевые задачи для полуограниченной прямой

Задачи

Лекция 16. Уравнение распространения тепла в пространстве. Фундаментальное решение. Решение задачи Коши

§1. Фундаментальное решение

§2. Задачи Коши

Задачи

Лекция 17. Распространение тепла в ограниченных телах. Схема метода разделения переменных. Остывание однородного шара. Распространение тепла в прямоугольной пластинке

§1. Схема метода разделения переменных

§2. Остывание однородного шара

§3. Распространение тепла в прямоугольной пластинке

Задачи

IV. ТЕОРИЯ ПОТЕНЦИАЛА

Лекция 18. Уравнения Лапласа и Пуассона в пространстве. Теорема максимума. Фундаментальное решение. Формула Грина. Потенциалы объема, простого слоя и двойного слоя

§1. Теорема максимума

§2. Фундаментальное решение. Формула Грина

§3. Потенциалы объема, простого слоя и двойного слоя

Задачи

Лекция 19. Основные свойства гармонических функций. Теорема о среднем арифметическом. Поведение гармонической функции вблизи особой точки. Поведение гармонических функций на бесконечности

§1. Теорема о среднем арифметическом

§2. Изолированные особые точки

§3. Поведение гармонической функции на бесконечности

Лекция 20. Уравнение Пуассона в пространстве. Ньютонов потенциал

§1. Теорема единственности

§2. Построение решения уравнения Пуассона

Лекция 21. Решение задачи Дирихле для шара

§1. Функция Грина задачи Дирихле

§2. Решение внутренней задачи Дирихле для шара

Задачи

Лекция 22. Задачи Дирихле и Неймана для полупространства

§1. Теорема единственности решений задач Дирихле и Неймана

§2. Построение решений задач Дирихле и Неймана

Лекция 23. Свойства потенциалов объема, простого и двойного слоя

§1. Потенциал объема

§2. Поверхности Ляпунова

§3. Потенциал двойного слоя

§4. Потенциал простого слоя

Лекция 24. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям

§1. Постановка задач и единственность их решений

§2. Интегральные уравнения для краевых задач

Лекция 25. Уравнения Лапласа и Пуассона на плоскости

§1. Основные задачи

§2. Логарифмический потенциал

Задачи

V. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Лекция 26. Уравнения Фредгольма второго рода и Вольтерра

§1. Классификация интегральных уравнений

§2. Метод последовательных приближений. Понятие о резольvente

§3. Уравнения Вольтерра

Задачи

Лекция 27. Интегральные уравнения с выраженным ядром. Теоремы Фредгольма

§1. Уравнения с вырожденным ядром

§2. Теоремы Фредгольма

Задачи

Лекция 28. Интегральные уравнения с симметричными ядрами

§1. Свойства собственных функций и собственных значений

§2. Теорема о конечном спектре

§3. Спектр интегрированных (повторных) ядер

Лекция 29. Теорема Гильберта — Шмидта

§1. Разложение интегрированных ядер

§2. Теорема Гильберта — Шмидта

§3. Решение неоднородного уравнения

Задачи

VI. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

Лекция 30. Функции Бесселя. Полное разделение переменных в уравнении колебаний круглой мембраны

§1. Функции Бесселя

§2. Полное разделение переменных в уравнении колебаний круглой мембраны

Задачи

Лекция 31. Многочлены Лежандра. Определение потенциала внутри сферы

§1. Многочлены Лежандра

§2. Потенциал поллой сферы

Задачи

Лекция 32. Сферические функции. Задача Дирихле для шара

§1. Определение сферических функций

§2. Свойство ортогональности

§3. Гармонические многочлены

§4. Задача Дирихле для шара

Задачи

Рекомендуемая литература

Новые издания по дисциплине «Уравнения математической физики» и смежным дисциплинам