

Предисловие к первому изданию

Предисловие ко второму изданию

Предисловие к седьмому изданию

Глава IX. Непрерывные отображения (общая теория)

§ 1. Метрическое пространство

1. Определение и примеры (1). 2. Открытые и замкнутые подмножества метрического пространства (4). 3. Подпространство метрического пространства (6). 4. Прямое произведение метрических пространств (7). Задачи и упражнения (8)

§ 2. Топологическое пространство

1. Основные определения (9). 2. Подпространство топологического пространства (13). 3. Прямое произведение топологических пространств (13). Задачи и упражнения (13)

§ 3. Компакты

1. Определение и общие свойства компакта (14). 2. Метрические компакты (16). Задачи и упражнения (18)

§ 4. Связные топологические пространства

Задачи и упражнения (19)

§ 5. Полные метрические пространства

1. Основные определения и примеры (20). 2. Пополнение метрического пространства (23). Задачи и упражнения (27)

§ 6. Непрерывные отображения топологических пространств

1. Предел отображения (27). 2. Непрерывные отображения (29). Задачи и упражнения (32)

§ 7. Принцип сжимающих отображений

Задачи и упражнения (38)

Глава X. Дифференциальное исчисление с более общей точки зрения (общая теория)

§ 1. Линейное нормированное пространство

1. Некоторые примеры линейных пространств анализа (40). 2. Норма в линейном пространстве (41). 3. Скалярное произведение в векторном пространстве (43). Задачи и упражнения (46)

§ 2. Линейные и полилинейные операторы

1. Определения и примеры (47). 2. Норма оператора (49). 3. Пространство непрерывных операторов (53). Задачи и упражнения (57)

§ 3. Дифференциал отображения

1. Отображение, дифференцируемое в точке (58). 2. Общие законы дифференцирования (59). 3. Некоторые примеры (60). 4. Частные производные отображения (66). Задачи и упражнения (67)

§ 4. Теорема о конечном приращении и некоторые примеры ее использования

1. Теорема о конечном приращении (69). 2. Некоторые примеры применения теоремы о конечном приращении (71). Задачи и упражнения (75)

§ 5. Производные отображения высших порядков

1. Определение n -го дифференциала (75). 2. Производная по вектору и вычисление значений n -го дифференциала (76). 3. Симметричность дифференциалов высшего порядка (78). 4. Некоторые замечания (80). Задачи и упражнения (81)

§ 6. Формула Тейлора и исследование экстремумов

1. Формула Тейлора для отображений (82). 2. Исследование внутренних экстремумов (82). 3. Некоторые примеры (84). Задачи и упражнения (89)

§ 7. Общая теорема о неявной функции

Задачи и упражнения (99)

Глава XI. Кратные интегралы

§ 1. Интеграл Римана на n -мерном промежутке

1. Определение интеграла (101). 2. Критерий Лебега интегрируемости функции по Риману (103). 3. Критерий Дарбу (107). Задачи и упражнения (109)

§ 2. Интеграл по множеству

1. Допустимые множества (110). 2. Интеграл по множеству (111). 3. Мера (объем) допустимого множества (112). Задачи и упражнения (114)

§ 3. Общие свойства интеграла

1. Интеграл как линейный функционал (114). 2. Аддитивность интеграла (115). 3. Оценки интеграла (116). Задачи и упражнения (118)

§ 4. Сведение кратного интеграла к повторному

1. Теорема Фубини (119). 2. Некоторые следствия (121). Задачи и упражнения (125)

§ 5. Замена переменных в кратном интеграле

1. Постановка вопроса и эвристический вывод формулы замены переменных (127). 2. Измеримые множества и гладкие отображения (128). 3. Одномерный случай (130). 4. Случай простейшего диффеоморфизма в \mathbb{R}^n (132). 5. Композиция отображений и формула замены переменных (134). 6. Аддитивность интеграла и завершение доказательства формулы замены переменных в интеграле (134). 7. Некоторые следствия и обобщения формулы замены переменных в кратных интегралах (135). Задачи и упражнения (139)

§ 6. Несобственные кратные интегралы

1. Основные определения (141). 2. Мажорантный признак сходимости несобственного интеграла (144). 3. Замена переменных в несобственном интеграле (146). Задачи и упражнения (149)

Глава XII. Поверхности и дифференциальные формы в \mathbb{R}^n

§ 1. Поверхность \mathbb{R}^n

Задачи и упражнения (160)

§ 2. Ориентация поверхности

Задачи и упражнения (167)

§ 3. Край поверхности и его ориентация

1. Поверхность с краем (168). 2. Согласование ориентации поверхности и края (170). Задачи и упражнения (173)

§ 4. Площадь поверхности в евклидовом пространстве

Задачи и упражнения (180)

§ 5. Начальные сведения о дифференциальных формах

1. Дифференциальная форма, определение и примеры (183). 2. Координатная запись дифференциальной формы (187). 3. Внешний дифференциал формы (190). 4. Перенос векторов и форм при отображениях (192). 5. Формы на поверхностях (195). Задачи и упражнения (196)

Глава XIII. Криволинейные и поверхностные интегралы

§ 1. Интеграл от дифференциальной формы

1. Исходные задачи, наводящие соображения, примеры (199). 2. Определение интеграла от формы по ориентированной поверхности (205). Задачи и упражнения (208)

§ 2. Форма объема, интегралы первого и второго рода

1. Масса материальной поверхности (213). 2. Площадь поверхности как интеграл от формы (214). 3. Форма объема (215). 4. Выражение формы объема в декартовых координатах (216). 5. Интегралы первого и второго рода (218). Задачи и упражнения (220)

§ 3. Основные интегральные формулы анализа

1. Формула Грина (223). 2. Формула Гаусса—Остроградского (227). 3. Формула Стокса в \mathbb{R}^3 (230). 4. Общая формула Стокса (232). Задачи и упражнения (236)

Глава XIV. Элементы векторного анализа и теории поля

§ 1. Дифференциальные операции векторного анализа

1. Скалярные и векторные поля (240). 2. Векторные поля и формы в \mathbb{R}^3 (240). 3. Дифференциальные операторы grad, rot, div и ∇ (243) 4. Некоторые дифференциальные формулы векторного анализа (246). * 5. Векторные операции в криволинейных координатах (248). Задачи и упражнения (256)

§ 2. Интегральные формулы теории поля

1. Классические интегральные формулы в векторных обозначениях (257). 2. Физическая интерпретация div, rot, grad (260). 3. Некоторые дальнейшие интегральные формулы (264). Задачи и упражнения (266)

§ 3. Потенциальные поля

1. Потенциал векторного поля (269). 2. Необходимое условие потенциальности (270). 3. Критерий потенциальности векторного поля (271). 4. Топологическая структура области и потенциал (273). 5. Векторный потенциал. Точные и замкнутые формы (276). Задачи и упражнения (279)

§ 4. Примеры приложений

1. Уравнение теплопроводности (282). 2. Уравнение неразрывности (284). 3. Основные уравнения динамики сплошной среды (286). 4. Волновое уравнение (287). Задачи и упражнения (289)

Глава XV. Интегрирование дифференциальных форм на многообразиях

§ 1. Некоторые напоминания из линейной алгебры

1. Алгебра форм (292). 2. Алгебра кососимметрических форм (293). 3. Линейные отображения линейных пространств и сопряженные отображения сопряженных пространств (295). Задачи и упражнения (297)

§ 2. Многообразия

1. Определение многообразия (298). 2. Гладкие многообразия и гладкие отображения (303). 3. Ориентация многообразия и его края (306). 4. Разбиение единицы и реализация многообразий в виде поверхностей в \mathbb{R}^n (310). Задачи и упражнения (313)

§ 3. Дифференциальные формы и их интегрирование на многообразиях

1. Касательное пространство к многообразию в точке (315). 2. Дифференциальная форма на многообразии (318). 3. Внешний дифференциал (321). 4. Интеграл от формы по многообразию (322). 5. Формула Стокса (323). Задачи и упражнения (325)

§ 4. Замкнутые и точные формы на многообразии

1. Теорема Пуанкаре (330). 2. Гомологии и когомологии (333). Задачи и упражнения (337)

Глава XVI. Равномерная сходимость и основные операции анализа над рядами и семействами функций

§ 1. Поточечная и равномерная сходимость

1. Поточечная сходимость (339). 2. Постановка основных вопросов (340). 3. Сходимость и равномерная сходимость семейства функций, зависящих от параметра (342). 4. Критерий Коши равномерной сходимости (345). Задачи и упражнения (346)

§ 2. Равномерная сходимость рядов функций

1. Основные определения и критерий равномерной сходимости ряда (347). 2. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда (349). 3. Признак Абеля—Дирихле (351). Задачи и упражнения (354)

§ 3. Функциональные свойства предельной функции

1. Конкретизация задачи (355). 2. Условия коммутирования двух предельных переходов (356). 3. Непрерывность и предельный переход (357). 4. Интегрирование и предельный переход (360). 5. Дифференцирование и предельный переход (362). Задачи и упражнения (367)

§ 4. Компактные и плотные подмножества пространства непрерывных функций

1. Теорема Арцела—Асколи (370). 2. Метрическое пространство $C(K, Y)$ (373). 3. Теорема Стоуна (374). Задачи и упражнения (377)

Глава XVII. Интегралы, зависящие от параметра

§ 1. Собственные интегралы, зависящие от параметра

1. Понятие интеграла, зависящего от параметра (379). 2. Непрерывность интеграла, зависящего от параметра (380). 3. Дифференцирование интеграла, зависящего от параметра (381). 4. Интегрирование интеграла, зависящего от параметра (384). Задачи и упражнения (385)

§ 2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра

1. Равномерная сходимость несобственного интеграла относительно параметра (386). 2. Предельный переход под знаком несобственного интеграла и непрерывность несобственного интеграла, зависящего от параметра (394). 3. Дифференцирование несобственного интеграла по параметру (396). 4. Интегрирование несобственного интеграла по параметру (399). Задачи и упражнения (403)

§ 3. Эйлеровы интегралы

1. Бета-функция (407). 2. Гамма-функция (408). 3. Связь между функциями В и Г (411). 4. Некоторые примеры (411). Задачи и упражнения (413)

§ 4. Свертка функций и начальные сведения об обобщенных функциях

1. Свертка в физических задачах (наводящие соображения) (417).

2. Некоторые общие свойства свертки (419). 3. Дельтаобразные семейства функций и аппроксимационная теорема Вейерштрасса (422). 4. Начальные представления о распределениях (427). Задачи и упражнения (437)

§ 5. Кратные интегралы, зависящие от параметра

1. Собственные кратные интегралы, зависящие от параметра (443). 2. Несобственные кратные интегралы, зависящие от параметра (443).

3. Несобственные интегралы с переменной особенностью (445). 4. Свертка, фундаментальное решение и обобщенные функции в многомерном случае (449). Задачи и упражнения (459)

Глава XVIII. Ряд Фурье и преобразование Фурье

§ 1. Основные общие представления, связанные с понятием ряда Фурье

1. Ортогональные системы функций (464). 2. Коэффициенты Фурье и ряд Фурье (470). 3. Об одном важном источнике ортогональных систем функций в анализе. (480). Задачи и упражнения (484)

§ 2. Тригонометрический ряд Фурье

1. Основные виды сходимости классического ряда Фурье (490). 2. Исследование поточечной сходимости тригонометрического ряда Фурье (494). 3. Гладкость функции и скорость убывания коэффициентов Фурье (503). 4. Полнота тригонометрической системы (507). Задачи и упражнения (514)

§ 3. Преобразование Фурье

1. Представление функции интегралом Фурье (521). 2. Взаимосвязь дифференциальных и асимптотических свойств функции и ее преобразования Фурье (533). 3. Важнейшие аппаратные свойства преобразования Фурье (535). 4. Примеры приложений (540). Задачи и упражнения (545)

Глава XIX. Асимптотические разложения

§ 1. Асимптотическая формула и асимптотический ряд

1. Основные определения (554). 2. Общие сведения об асимптотических рядах (559). 3. Степенные асимптотические ряды (563). Задачи и упражнения (565)

§ 2. Асимптотика интегралов (метод Лапласа)

1. Идея метода Лапласа (568). 2. Принцип локализации для интеграла Лапласа (571). 3. Канонические интегралы и их асимптотика (573). 4. Главный член асимптотики интеграла Лапласа (576). 5. Асимптотические разложения интегралов Лапласа (579). Задачи и упражнения (589)

Некоторые вопросы и задачи коллоквиумов

Вопросы к экзамену

Экзаменационное задание (математический анализ, третий семестр) Промежуточное контрольное задание (математический анализ, четвертый семестр)

Дополнения

Ряд как инструмент (вводная лекция)

Замена переменных в кратном интеграле (вывод и первое обсуждение формулы замены переменных)

Многомерная геометрия и функции очень многих переменных (концентрация мер и законы больших чисел)

Функции многих переменных и дифференциальные формы с термодинамическими интерпретациями

Операторы теории поля в криволинейных координатах

Современная формула Ньютона—Лейбница и единство математики (заключительный обзор)

Литература

Указатель основных обозначений
Предметный указатель
Указатель имен